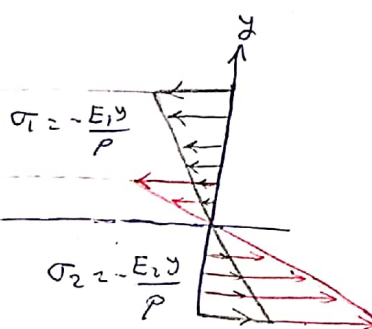
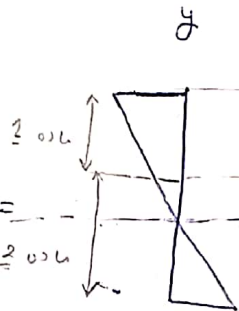
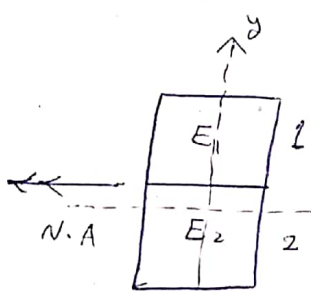
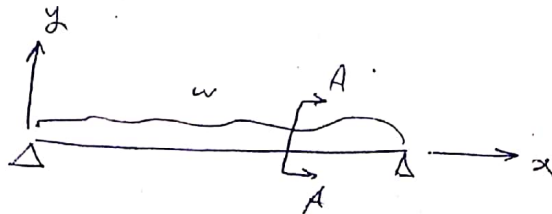
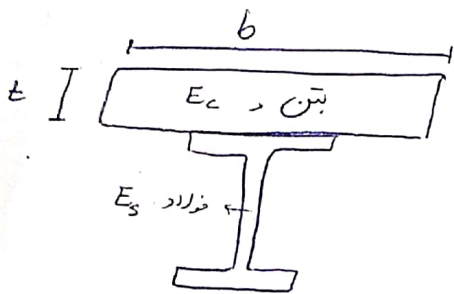


محور دایمی مرکب

در روابط قبل فرض بر آن بود که ماده همگن و دارای مدول کشش E است، اگر عنصری که در صورت محاسب قرار می گیرد از دو یا چند ماده ساخته شده باشد:



$$\epsilon_x = -\frac{y}{\rho}$$

توزیع کرنش در مقطع

$$\sigma_1 = -\frac{E_1 y}{\rho}$$

$$\sigma_2 = -\frac{E_2 y}{\rho}$$

فرض $E_2 > E_1$

$$\frac{E_2}{E_1} = n$$

چگونه محور خنثی مشخص می گردد؟

$$\begin{cases} \int \sigma_x dA = 0 \\ -\int y \sigma_x dA = M \end{cases}$$

معادلات ردیو، مستقل از رفتار و نوع مصالح است.

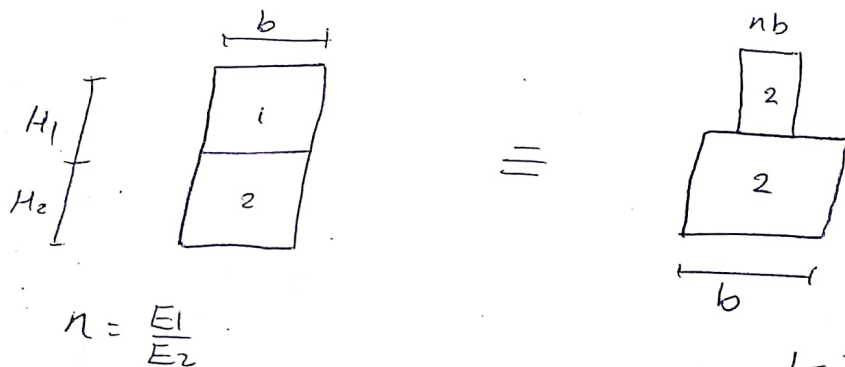
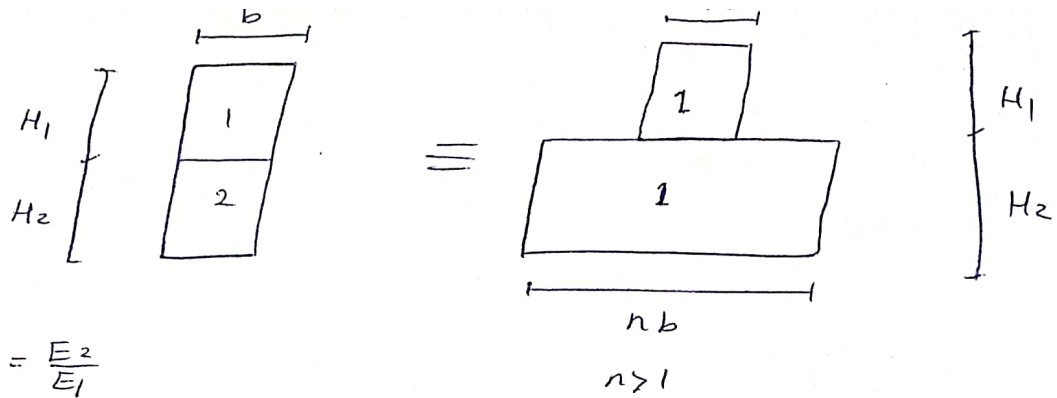
$$dF_1 = \sigma_1 dA = E_1 \epsilon_x dA$$

$$dF_2 = \sigma_2 dA = E_2 \epsilon_x dA = \epsilon_x (E_1 \times n dA)$$

$$= E_1 \epsilon_x (n dA) = E_1 \epsilon_x (n dy dz) = E_1 \epsilon_x (n dz) dy$$

بنابراین می توان فرض کرد که نیروی dF_2 بر سطحی عمده شده از ماده اول عمده شده باشد.

نتیجه آن است که نسبت آن برابر شده باشد.



تغییر شکل یافته

Transform cross section

تغییر شکل یافته

محاسبه گام به گام:

۱. محاسبه $n = \frac{E_2}{E_1}$

۲. تبدیل مقطع ۱ به ۲ از طریق ضرب کردن عرض مقطع ۲ در n .
[با این روش گرده ارتفاع مقاطع نباید هیچ تغییری کنند]

۳. محاسبه مرکز سطح مقطع تبدیل یافته

۴. محاسبه محال اینرسی مقطع تبدیل یافته

۵. محاسبه توزیع تنش در مقطع تبدیل یافته

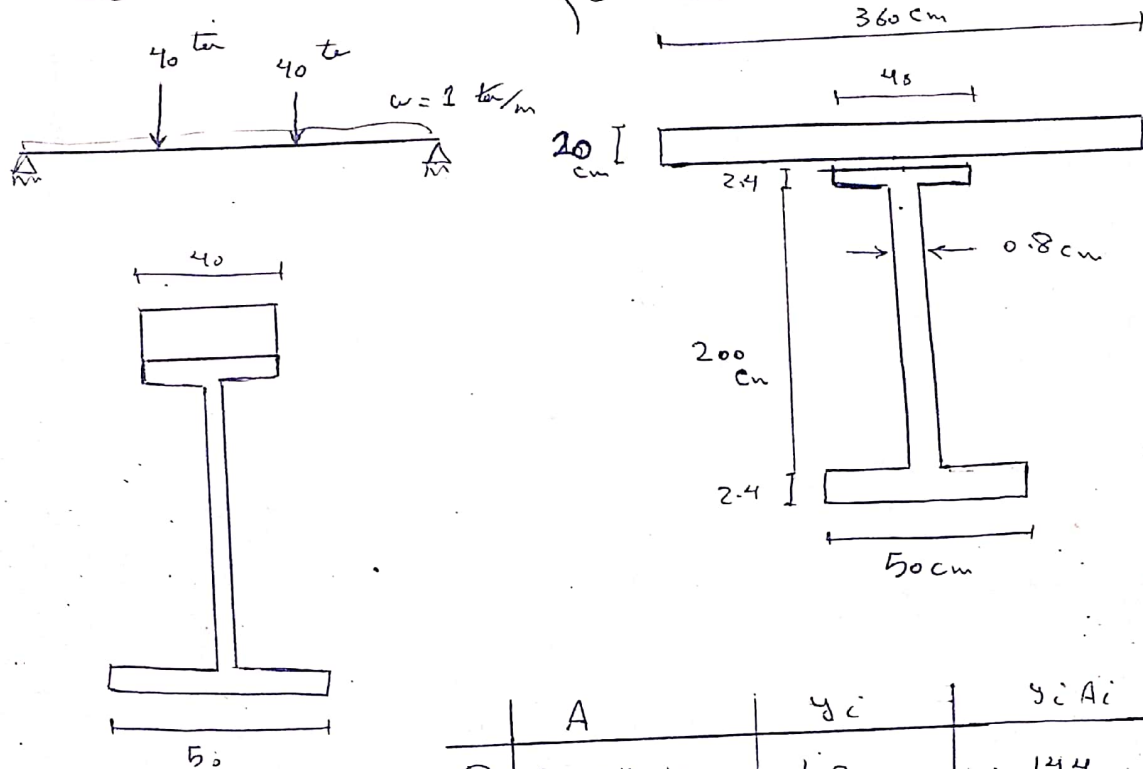
۶. مقدار تنش در مقطع ۱ (مقطع پایه) همان مقدار تنش بدست آمده در گام ۵ است.
۷. مقدار تنش در مقطع ۲، n برابر مقدار تنش بدست آمده در گام ۵ است.
۸. لیکن مقدار تنش در مقطع ۲، n برابر مقدار تنش بدست آمده در گام ۵ است.

[طراحی سقف کامپوزیت (مدرکب)]

تیر مرکب که برای تحمل سیستم بارگذاری نشان داده شده بکار رفته است دارای مقطع متغیر است.

$$\frac{E_s}{E_c} = 9$$

مطلوب است یاسیبه حدالترتیش را برای ابعاد شده برای این سیستم.



	A	y _c	y _c A _i
①	50 × 2.4 = 120	1.2	144
②	200 × 0.8 = 160	102.4	16384
③	2.4 × 40 = 96	203.6	19545.6
④	40 × 20 = 800	214.8	171840
	1176		207913.6

$$\bar{y} = \frac{207913.6}{1176} = 176.8$$

$$I = \left[\frac{50 \times 2.4^3}{12} + 120 \times (176.8 - 1.2)^2 \right] + \left[\frac{0.8 \times 200^3}{12} + 160 \times (176.8 - 102.4)^2 \right]$$

$$+ \left[\frac{40 \times 2.4^3}{12} + 96 \times (203.6 - 176.8)^2 \right] + \left[\frac{20 \times 40^3}{12} + 800 \times (214.8 - 176.8)^2 \right]$$

$$= 6.37 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

مختل ایل $n = \frac{1}{q}$

م $\bar{y} = 176.8 \text{ cm}$

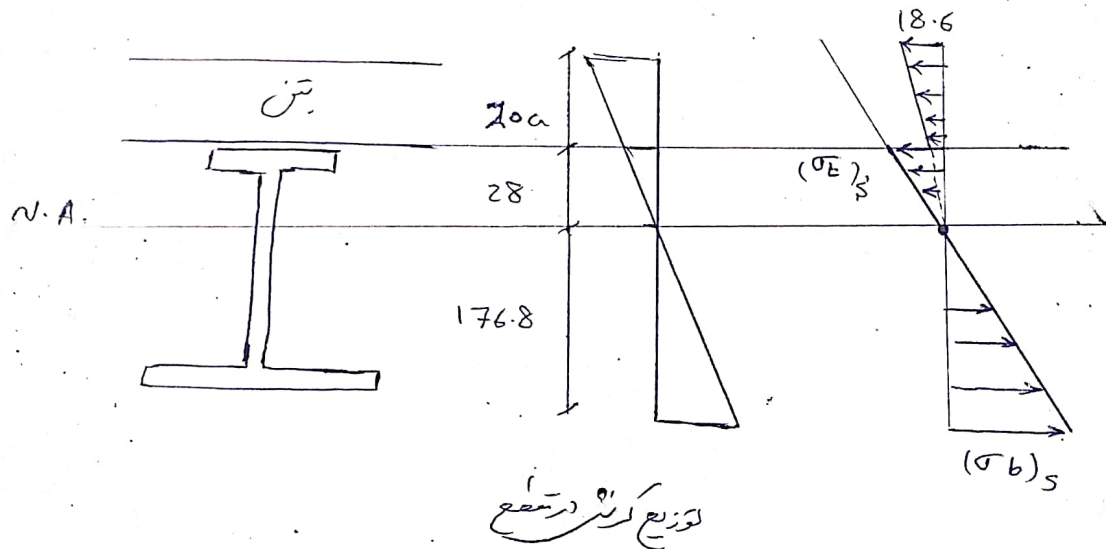
م $I_{tr} = 6.37 \times 10^6 \text{ cm}^4$

م $M_{max} = 1 \times \frac{18^2}{8} + 240 = 280.5 \text{ t} \cdot \text{m}$

م $\rightarrow$ ی $\rightarrow$ ی $\rightarrow$ ی

در فولاد $\sigma_b = \frac{M y_b}{I} = \frac{1 \times 280.5 \times 176.8}{6.37 \times 10^6} = 778.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

فولاد (کشش) $\sigma_t = \frac{M y_t}{I} = \frac{280.5 \times 1.5 \times 28}{6.37 \times 10^6} = 123.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$



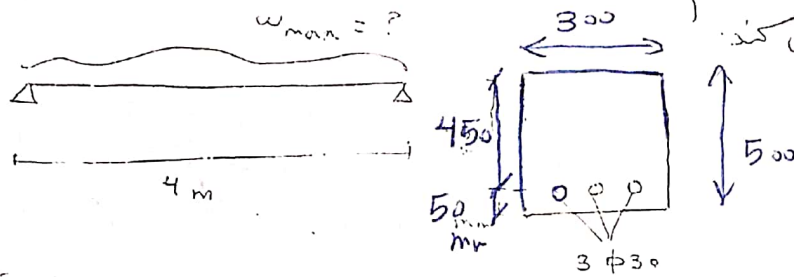
$(\sigma_b)_{\text{تین}} = \frac{n M y_b}{I} = \frac{1}{q} \times \frac{280.5 \times 1.5 \times 28}{6.37 \times 10^6} = 13.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$(\sigma_t)_{\text{تین}} = \frac{n M y_t}{I} = \frac{1}{q} \times \frac{280.5 \times 1.5 \times 48}{6.37} = 28.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

طراحی الاستیک مقطع شش آرمه:

در صورتی که حداکثر تنش مجاز در بتن برابر با $\sigma_t = 4 \text{ mpa}$ باشد مطلوب است حداکثر تکیه که

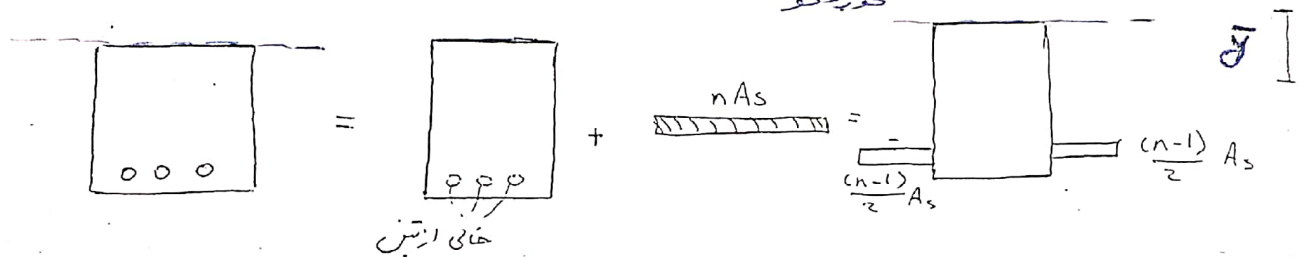
مقطع مقابل می تواند تحمل کند. همچنین مطلوب است سلب حداکثر بار گسسته در تیر ساده زیر



نسبت $\frac{E_s}{E_c} = 8$

$$A_s = 3 \times A = 3 \times \pi \times \frac{30^2}{4} = 2121 \text{ mm}^2$$

معمولاً

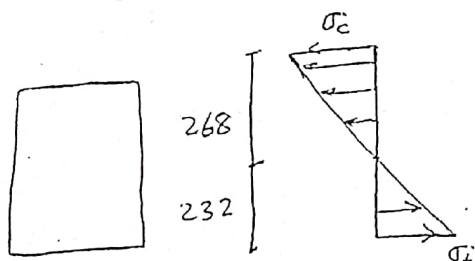


$n = \frac{E_s}{E_c} \rightarrow (n-1)A_s = 7 \times 2121 = 14847 \text{ mm}^2$

	A_i	y_i	$A_i y_i$
①	7423.5	450	3340575
②	7423.5	450	3340575
③	150000	250	37500000
	1.644×10^5		44.18×10^6

$\bar{y} = 268 \text{ mm}$

$$I_{cr} = \left[\frac{1}{12} \times 300 \times 500^3 + 300 \times 500 \times (250 - 268)^2 \right] + 14847 \times (450 - 268)^2 = 3.67 \times 10^9$$



$\sigma_t = \frac{M y_b}{I} = \frac{M \times 232}{3.67 \times 10^9} < (\sigma_t)_{max} = 4$

$M < 63.27 \times 10^6 \text{ N.m}$

در صورتی که حداکثر تکیه برابر با $M = 63.27 \text{ kN.m}$ باشد (بسته به شرایط بار) و اگر شود بتن ترک می خورد.

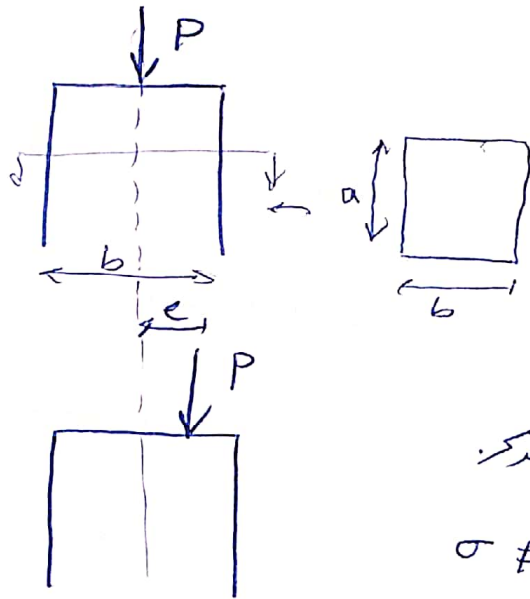
$$\sigma_c = \frac{M y_t}{I} = \frac{63.27 \times 10^6 \times 268}{3.67 \times 10^9} = 4.62 \text{ MPa} \quad \text{تنش فشاری}$$

$$f_s = n \times \frac{M(y_t)_s}{I} = 8 \times \frac{63.27 \times 10^6 \times (450 - 268)}{3.67 \times 10^9} = 25.1 \text{ MPa} \quad \text{تنش کششی در فولاد}$$

$$M_{max} = \frac{w \times l^2}{8} = \frac{w \times 16}{8} = 63.27 \rightarrow w_{max} = 31.635 \text{ kN/m}$$

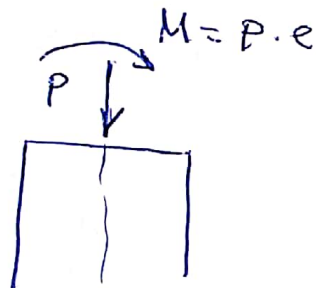
والت در وسط

بارگذاری خارج از محور:

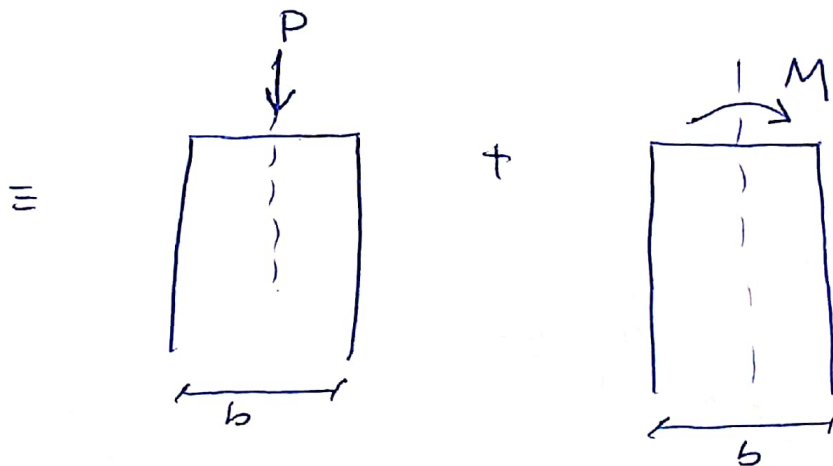


در صورت روبرو میزان تنش برابر است: $\sigma = P/A$

لکن در صورت روبرو بدلیل آنکه نیرو در مرکز سطح وارد شده است، $\sigma \neq P/A$



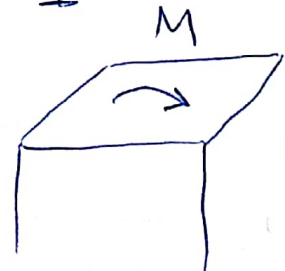
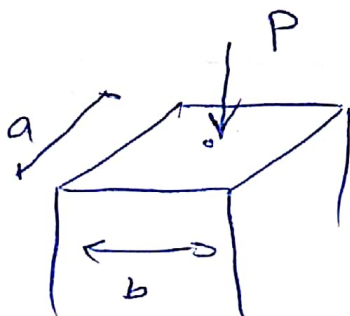
در این شرایط باید ابتدا بار را به مرکز سطح منتقل کنیم. هرگاه بار به موازات خود جابجا می‌شود، ندر ایجاد می‌شود.



است: $\sigma = P/A$

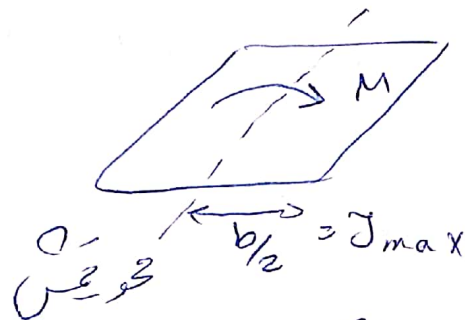
همچنین به تنش ناشی از بار محوری P برابر:

$$\sigma = \frac{My}{I}$$



$A = a \times b$ است. و $I = \frac{ab^3}{12}$ مکان انیرسی مستطیل حول محور x

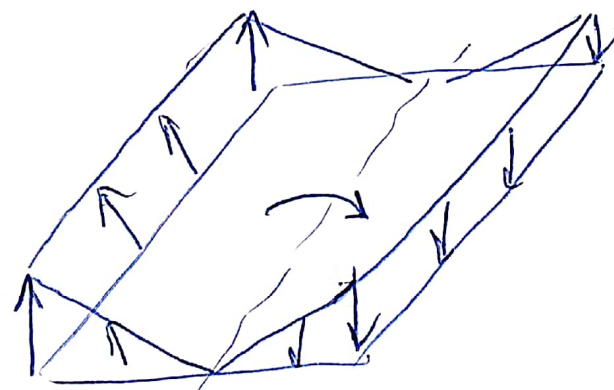
محور x یعنی محوری که حول آن خم می‌شود. در اینجا محور x را باید بتوانید تشخیص دهید.



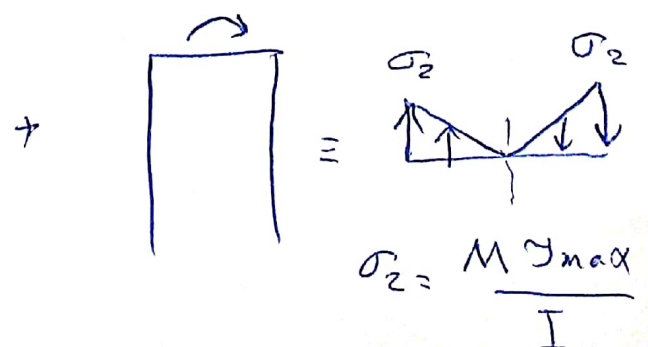
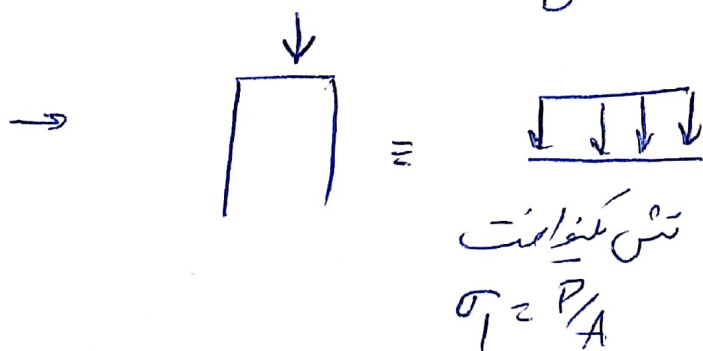
J_{max} برابر با دورترین فاصله تا محور x است.

محور x همان ماکزیمم است. ماکزیمم از مرکز سطح می‌گذرد.

در نتیجه ی محسوس یک سمت سطح در فاصله سمت دیگر در کشش است.



در نتیجه دو دسته کشش داریم: کشش



تشریح حالت چتری با هم جمع می‌شوند.



در اینجا حالت چتری می‌شود!

$\sigma_1 > \sigma_2$ $\sigma_{\text{جمع}} = \sigma_1 - \sigma_2$ $\sigma_2 + \sigma_1$ $\sigma_1 > \sigma_2$

$\sigma_1 = \sigma_2 \Leftrightarrow \sigma_{\text{جمع}} = 0$ $\sigma_1 + \sigma_2$ $\sigma_1 = \sigma_2$

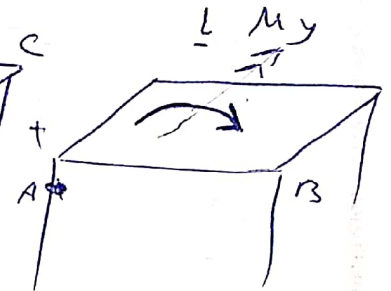
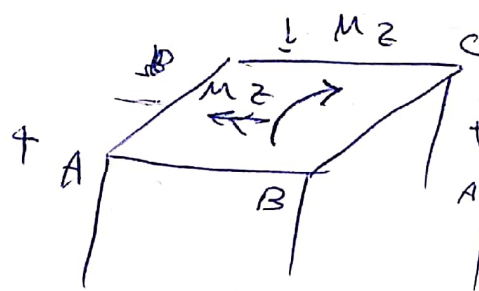
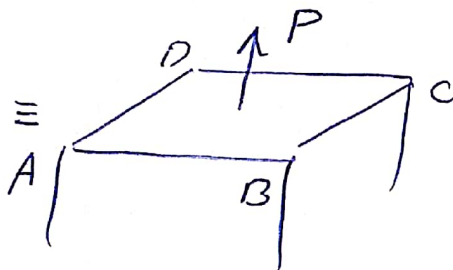
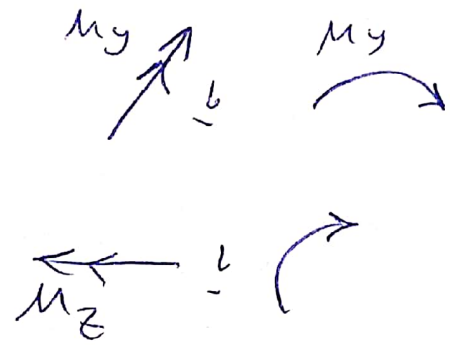
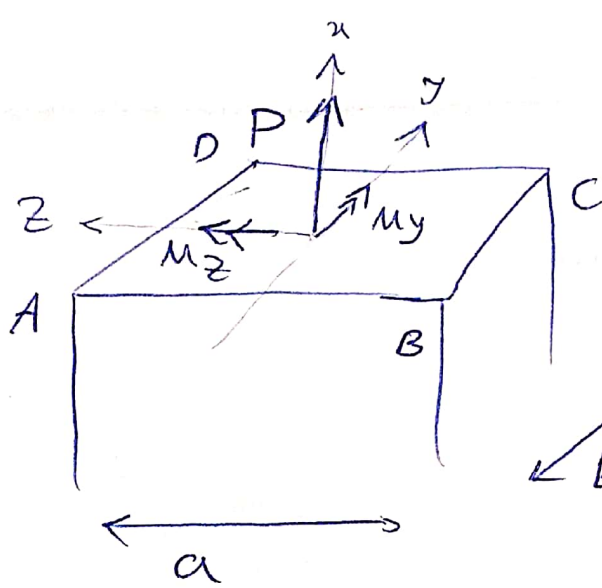
$\sigma_1 < \sigma_2$ $\sigma_1 + \sigma_2$ $\sigma_1 < \sigma_2$

در حالت دوم، با فرضی در انتهای مقطع است.

در میان مقطع است.

بیرون مقطع است. یعنی هیچ جایی در مقطع تنش منفی

نخواهد داشت.



$$\sigma_1 = \frac{P}{A}$$

$$\sigma_2 = \frac{M_z c}{I_z}$$

حول محور z

$$\sigma_3 = \frac{M_y c'}{I_y}$$

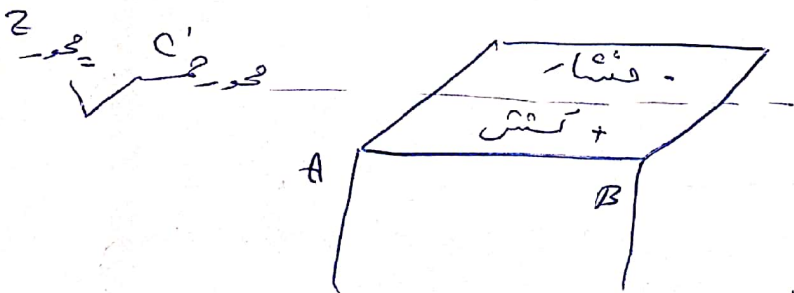
حول محور y

حداکثر فاصله تا محور z = $c = \pm \frac{b}{2}$

$$I_z = \frac{ab^3}{12}$$

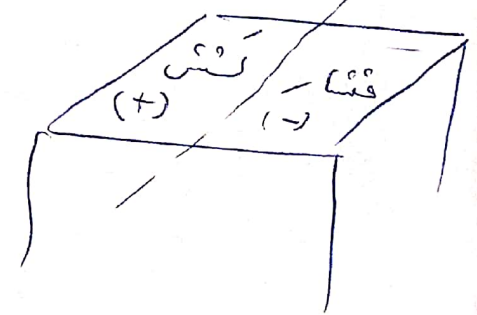
حداکثر فاصله تا محور y = $c' = \pm \frac{a}{2}$

$$I_y = \frac{a^3 b}{12}$$



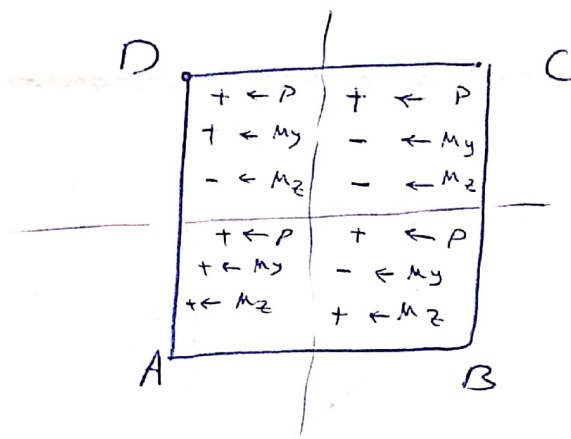
$$\sigma_D = \sigma_C = -\frac{M_z \frac{b}{2}}{\frac{ab^3}{12}}$$

$$\sigma_A = \sigma_B = \frac{M_z \frac{b}{2}}{\frac{ab^3}{12}}$$



$$\sigma_B = \sigma_C = -\frac{M_y \frac{a}{2}}{\frac{ba^3}{12}} = -\frac{M_y}{\frac{ba^2}{6}}$$

$$\sigma_A = \sigma_D = \frac{M_y \frac{a}{2}}{\frac{ba^3}{12}} = \frac{M_y}{\frac{ba^2}{6}}$$



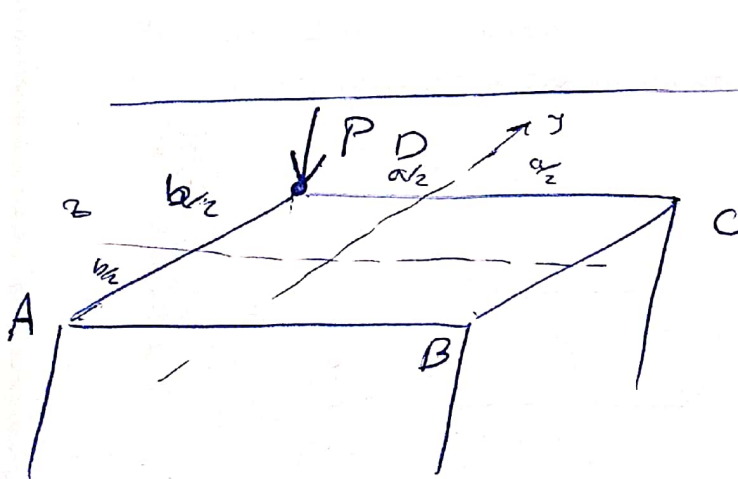
علاقه تنش های از P
 $M_y \sim$
 $M_z \sim$

$$\sigma_A = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{b a^2 / 6} + \frac{M_z}{a b^2 / 6}$$

$$\sigma_B = \frac{P}{A} - \frac{M_y}{b a^2 / 6} + \frac{M_z}{a b^2 / 6}$$

$$\sigma_C = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{b a^2 / 6} - \frac{M_z}{a b^2 / 6}$$

$$\sigma_D = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{b a^2 / 6} - \frac{M_z}{a b^2 / 6}$$



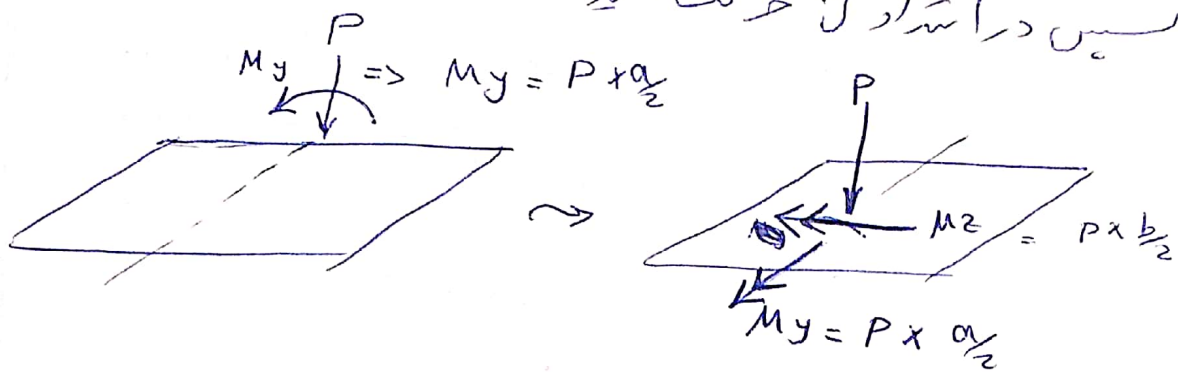
خارج از مرکزیت نیرو
 تنش در نقاط B و C و D = ؟

ابتدا باید نیرو در مرکز
 منتقل شود.

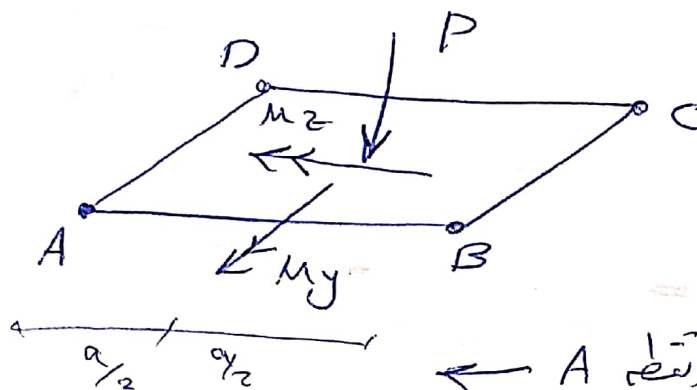
وقتی نیرو خارج از مرکز
 نمری گشته یعنی در واقع

خارج از مرکز به موازات محور
 معادل نمری که ایجاد می کرده است
 را باید در نظر بگیریم.

اول شیرو در استاندارد Z
دیس در استاندارد حرکت دمی



درشی به شدت در سطح



بعضان مثل تنش در نقطه A

$$\sigma = -\frac{P}{A} - \frac{M_y}{\frac{ba^2}{6}} + \frac{M_z}{\frac{ab^2}{6}}, \quad \begin{aligned} M_y &= P \times \frac{a}{2} \\ M_z &= P \times \frac{b}{2} \\ A &= a \times b \end{aligned}$$

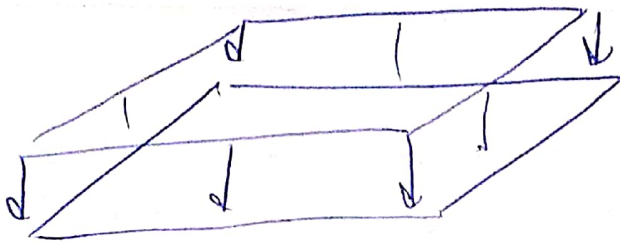
$$= -\frac{P}{A} - \frac{P \times \frac{a}{2}}{\frac{ba^2}{6}} + \frac{P \times \frac{b}{2}}{\frac{ab^2}{6}}$$

$$\sigma_A = -\frac{P}{ab} - \frac{3P}{ba} + \frac{3P}{ab} = -\frac{P}{ab}$$

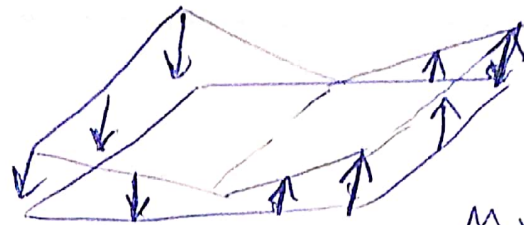
$$\sigma_B = -\frac{P}{ab} + \frac{3P}{ba} + \frac{3P}{ab} = \frac{5P}{ab}$$

$$\sigma_C = -\frac{P}{A} + \frac{3P}{ba} - \frac{3P}{ba} = -\frac{P}{ab}$$

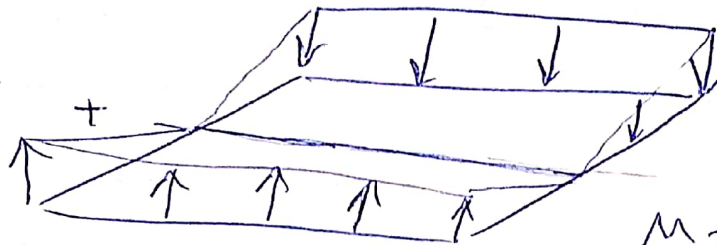
$$\sigma_D = -\frac{P}{ab} - \frac{3P}{ab} - \frac{3P}{ab} = -\frac{7P}{ab}$$



Pressure: P

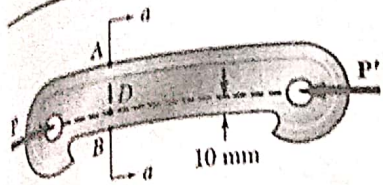


My

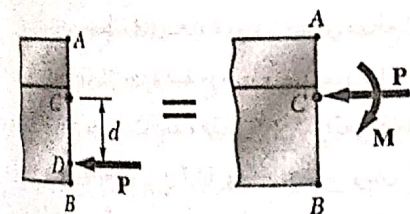
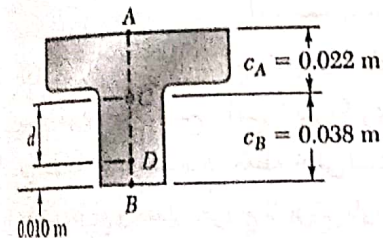
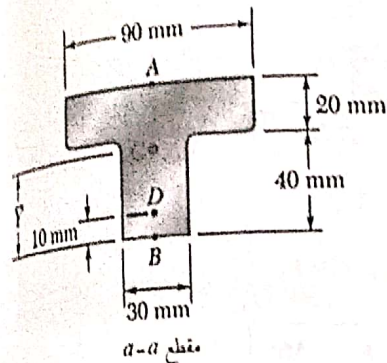


M_z

M_z



مسئله نمونه ۸.۴
می دانیم که برای قطعه چدنی نشان داده شده، تنش مجاز در کشش ۳۰ MPa و در فشار ۱۲۰ MPa است. مطلوب است بررسی بزرگترین نیروی P که می توان بر قطعه وارد کرد. (توجه: سطح مقطع T شکل قطعه در مسئله نمونه ۲.۴ بررسی شده است.)



● حل:
خواص مقطع. از مسئله نمونه ۲.۴ داریم
 $A = 3000 \text{ mm}^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
 $\bar{Y} = 38 \text{ mm} = 0.038 \text{ m}$
 $I = 868 \times 10^{-9} \text{ m}^4$
حال می توان نوشت:

نیرو و کوپل در نقطه C. در مرکز جرم C به جای سیستم نیرو-کوپل هم ارز را قرار می دهیم.

$$P = P \quad M = P(d) = P(0.078 \text{ m}) = 0.078P$$

نیروی P وارد بر مرکز جرم، توزیع تنش یکنواختی در مقطع ایجاد می کند (شکل ۱). کوپل خمشی M باعث توزیع خطی تنش می شود (شکل ۲).

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} = \frac{P}{3 \times 10^{-3}} = 333P \quad (\text{فشار})$$

$$\sigma_1 = \frac{Mc_A}{I} = \frac{(0.078P)(0.022)}{868 \times 10^{-9}} = 710P \quad (\text{کشش})$$

$$\sigma_2 = \frac{Mc_B}{I} = \frac{(0.078P)(0.038)}{868 \times 10^{-9}} = 1226P \quad (\text{فشار})$$

برهم نهی. توزیع تنش کل (شکل ۳) با برهم نهی توزیعهای تنش ناشی از نیروی مرکزی P و کوپل M به دست می آید. از آنجا که طبق معمول علامت کشش را مثبت و علامت فشار را منفی در نظر می گیریم، می نویسیم

$$\sigma_A = -\frac{P}{A} + \frac{Mc_A}{I} = -333P + 710P = +377P \quad (\text{کششی})$$

$$\sigma_B = -\frac{P}{A} - \frac{Mc_B}{I} = -333P - 1226P = -1559P \quad (\text{فشاری})$$

بزرگترین نیروی مجاز. مقدار نیروی P که در آن تنش کششی در نقطه A برابر با تنش کششی مجاز ۳۰ MPa است، به طریق زیر پیدا می شود

$$P = 79.6 \text{ kN} \quad \sigma_A = 377P = 30 \text{ MPa}$$

همچنین مقدار نیروی P را برای آنکه تنش در نقطه B برابر با تنش فشاری مجاز ۱۲۰ MPa باشد محاسبه می کنیم.

$$P = 77.0 \text{ kN} \quad \sigma_B = -1559P = -120 \text{ MPa}$$

بزرگترین مقدار نیروی P را که می توان وارد کرد بدون اینکه از تنشهای مجاز تجاوز شود، مقدارش کوچکتر از دو مقداری است که به دست آوردیم. پس در این مسئله بزرگترین نیروی مجاز برابر است با

$$P = 77.0 \text{ kN}$$

